Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 3

№1

№2

$(y-2)(3x-12)=5x^2-21x+4$

$3xy-12y-6x+24=5x^2-21x+4$

$5x^2-15x+12y-3xy-20=0$

$5x^2-3x(5-y)+12y-20=0$

$D=9(5-y)^2-20(12y-20)=9y^2-330y+625=$

$=(3y-25)^2$

$x_1=\frac{15-3y+3y-25}{10}=-1$, $y\in$ ~~(зачеркнуто)~~

$y_1=n,\ n\in Z$

$x_2=\frac{15-6y+25}{10}=4-\frac{3y}{10}$

$y_2=10k,\ k\in Z$

Z - действительное число

Ответ: $x_1=-1, y_1=n, n\in Z;\ x_2=4-\frac{3y}{10}, y_2=10k, k\in Z.$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№4

$$\left|\frac{x(x^2-3)+(x+2)^2-(x^3+6)}{x+\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}-1}\right|=a^2+1$$

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{9}=3$$

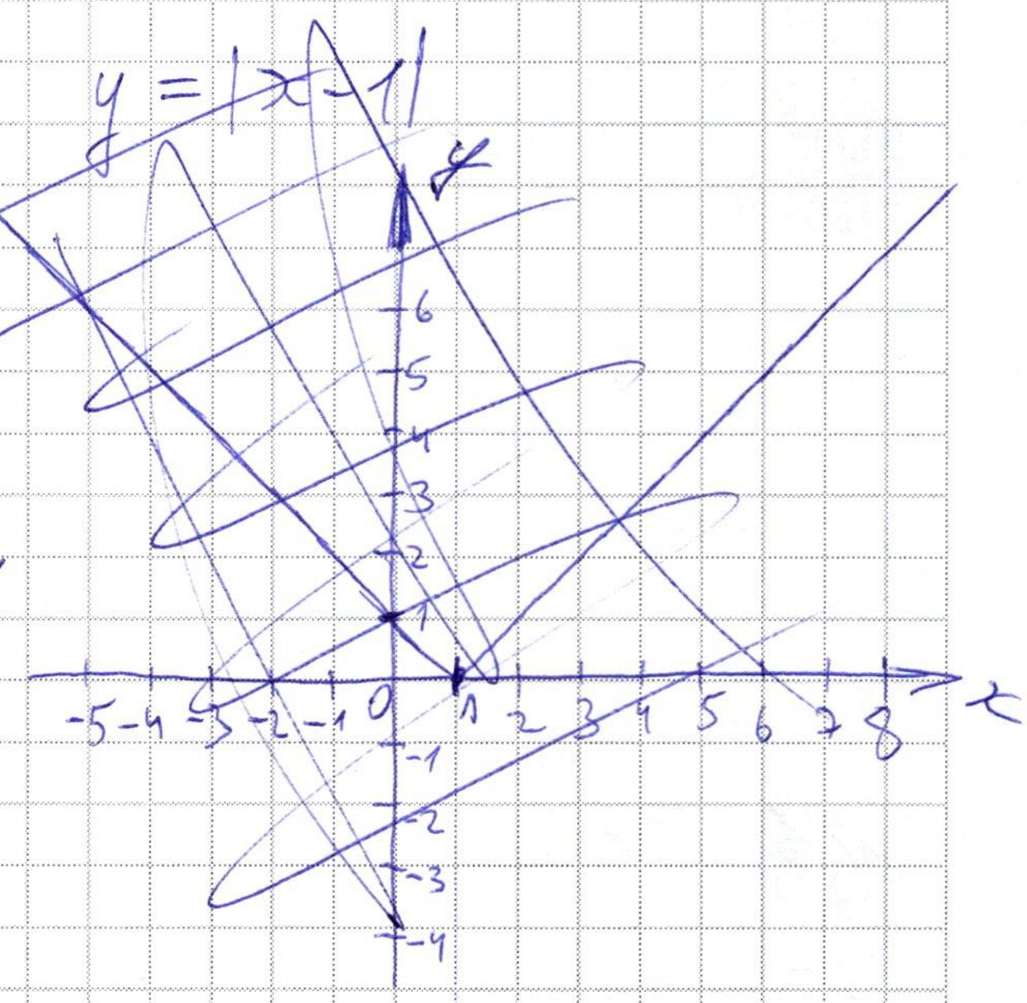
$$\left|\frac{\cancel{x^3}-\cancel{3x}+x^2+4+4x-\cancel{x^3}-6}{x+2}\right|=a^2+1$$

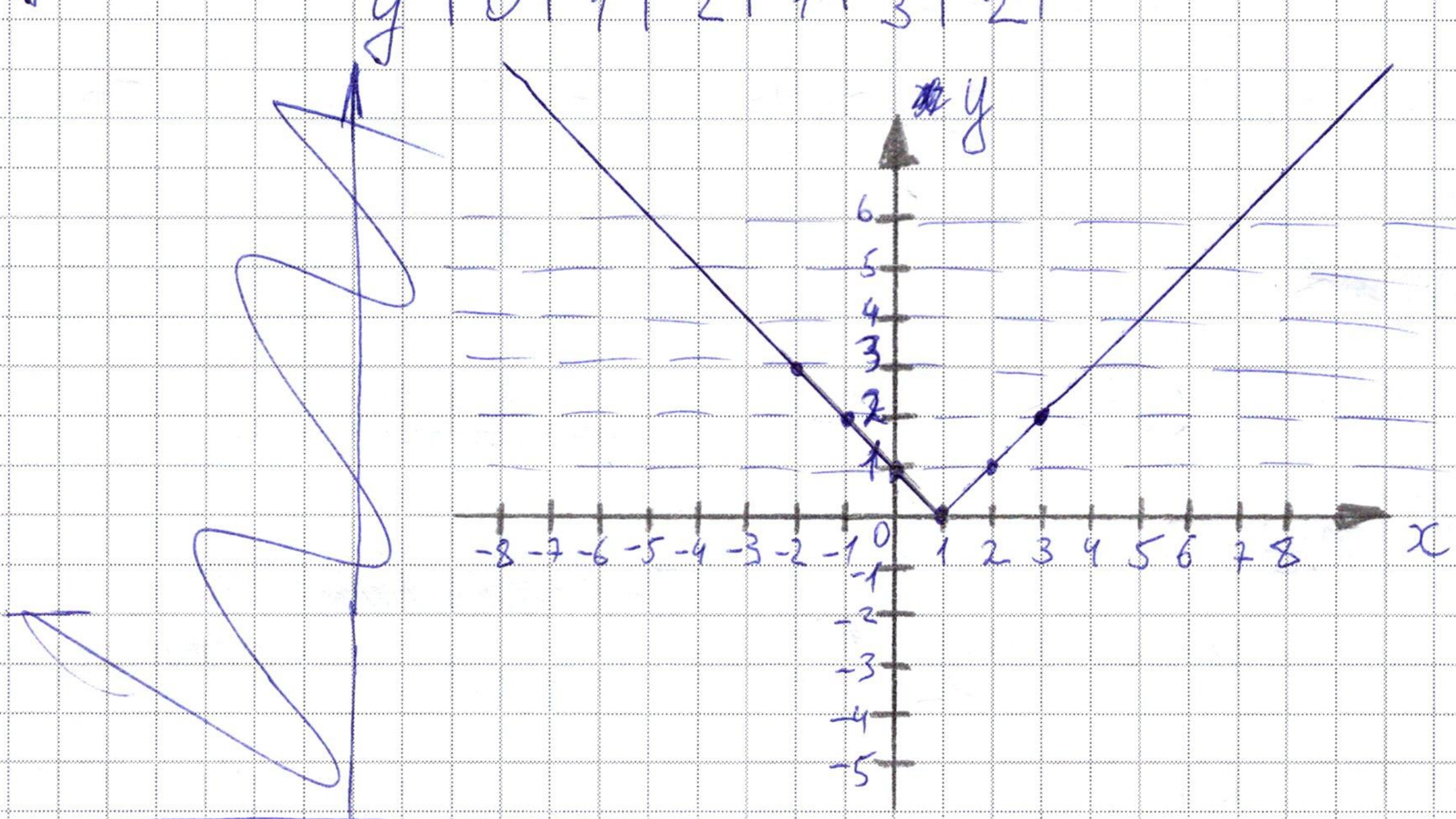
$$\left|\frac{x^2+x-2}{x+2}\right|=a^2+1$$

$$|x-1|=a^2+1$$

$y=|x-1|$

x	1	0	-1	2	-2	3
y	0	1	2	1	3	2





Отрицательных x нет, $|x-1|$ не ограничено $\Rightarrow$ $y=a^2+1$, $y>1$ $\Rightarrow$ $a^2+1>1$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow a^2>0 \Rightarrow a \in (-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

Ответ: $a \in (-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

olymp.bmstu.ru

Пусть ~~всегда будет пара решений~~ для любого a всегда будет 2 решения x - положительное и отрицательное, кроме случая, когда $x = 1$ - но для такого x нельзя подобрать a, так же этот x положителен, из чего следует, что не может быть a, ~~для~~ при которой было бы единственное решение x и оно ~~отрицательно~~ было бы отрицательным.

Ответ. a - 0.

№ 1

$m = 0{,}5$ кг А - скорость поедания Арсения $\left[\frac{0{,}5\ кг}{1\ мин}\right]$

С - скорость поедания Сергея $\left[\frac{кг}{мин}\right]$

Д - скорость поедания Даны $\left[\frac{кг}{мин}\right]$

$$\begin{cases} C + A = \frac{m}{9} & (1) \\ Д + A = \frac{m}{12} & (2) \\ C + Д = \frac{2m}{36} & (3) \end{cases}$$

(1) - (2):

$$C - Д = \frac{m}{36}$$

$$\begin{cases} C + Д = \frac{2m}{36} \\ C - Д = \frac{m}{36} \end{cases} +$$

$$2C = \frac{m}{12}$$

$$C = \frac{m}{24}$$

$$Д = \frac{m}{72}$$

$$\frac{m}{72} + A = \frac{m}{12}$$

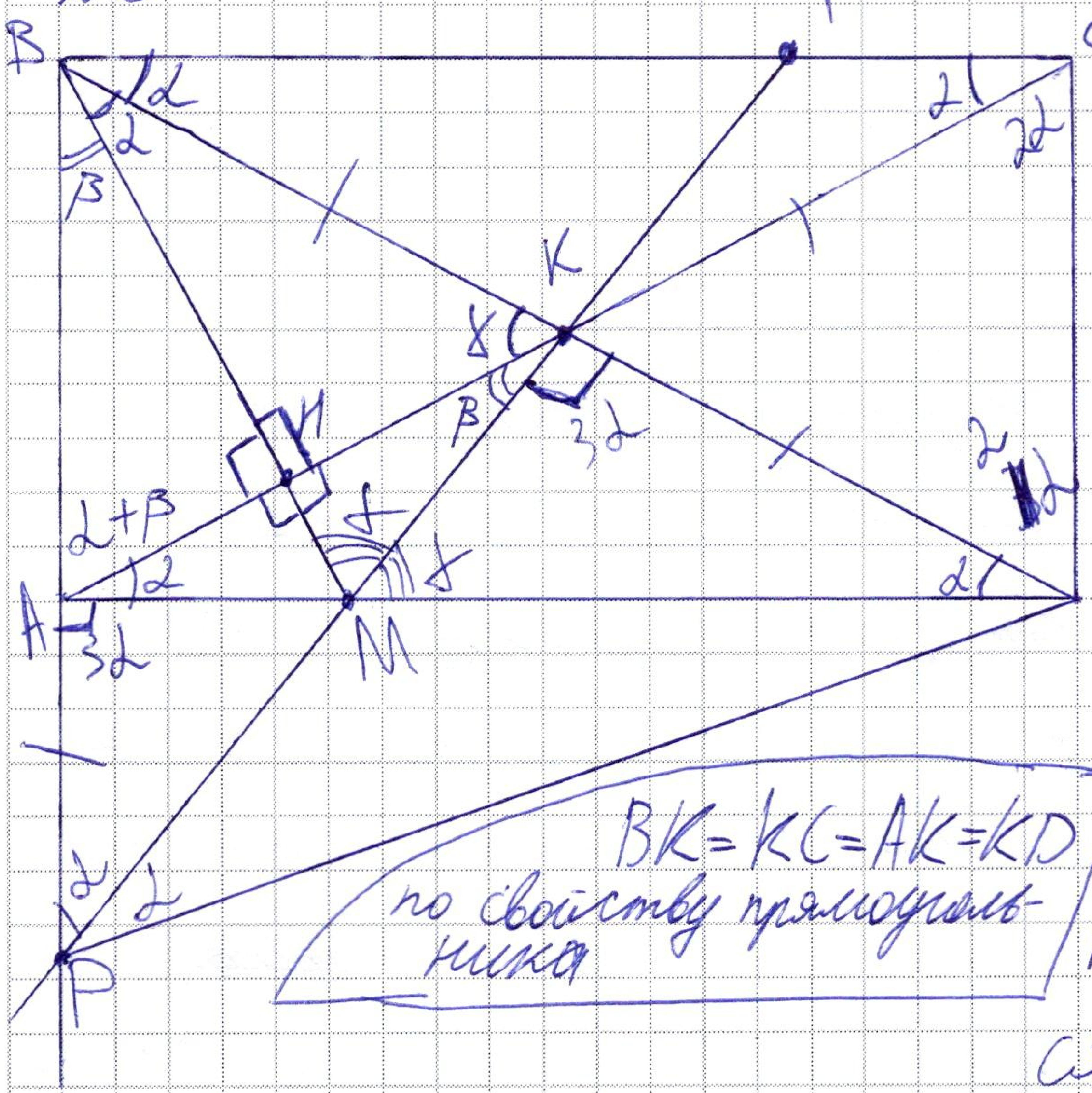
$$A = \frac{5m}{72}$$

$$A + C + Д = \frac{0{,}5\ кг}{8\ мин} \Rightarrow 1\ кг\ вторсырья$$

Съедят за 16 мин

Ответ: за 16 минут.

№5



BM=MD

AC=3,2

BD и AC - диагонали в прямоугольнике ⇒ BD пересекается с AC в центре (K)

BD и AC ⇒ BK=KD= =AK=KC, так же FP, BD, AC - пересекаются в одной точке (K)

BM=MD ⇒ △BDM - равнобедренный ⇒ ⇒ ∠MBD=∠BDM=α. BC ∥ AD ⇒ ∠BDA=∠DBC= =α, так как это накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей. Так же, поскольку ~~вокру~~ ABCD - ~~паралле~~ прямоугольник, то вокруг него можно описать окружность ⇒ ∠CBD= =∠CAD=α, так как эти углы вписанные, опирающиеся на одну дугу.

∠KBM=∠KAM ⇒ вокруг ABKM можно описать окружность ⇒ ∠ABM=∠AKM=β, как вписанные углы, опирающиеся на одну ~~окружность~~ дугу. K - середина основания в равнобедренном треугольнике BMD (BM=MD). Получается что MK - ~~медиана~~ высота и биссектриса ⇒ ∠DMK=∠BMK=γ.

$\angle KAD = \angle KPD = \alpha$, как вписанные ~~уг~~ угла, опирающиеся на одну дугу $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle APD = 2\alpha = \angle ACD$, так же $\angle ABP = \angle AKP = \beta =$
$= \angle M \Rightarrow$ у четырехугольника APDC противоположные углы равны $\Rightarrow$ APDC - параллелограмм $\Rightarrow AC = PD$, как ~~противоположные стороны~~
противоположные стороны, поскольку ~~AC = 3,2~~
~~AC~~ $AC = 3,2$, то ~~PD = AC~~ $AC = PD = 3,2$.

Ответ: $AH = 0,8$; $PD = 3,2$.

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

~~Из прямоугольного~~ Из прямоугольного ΔMKD следует, что $\gamma = 90 - \alpha = \angle BKH = 90 - \alpha = \delta$. ΔBKA - равнобедренный, так как $BK = KA$, то $\angle KBA = \angle KAB = \alpha + \beta \Rightarrow$ по ΔABH получается, что $\alpha + 2\beta = 90^\circ$.

$\gamma = 90 - \alpha$. Из ΔBKA следует, что $2\alpha + 2\beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\alpha + 2\beta + 90 - \alpha = 180^\circ$



$\alpha + 2\beta$

$\angle BCA = \angle CAD = \alpha$, так как $BC \parallel AD$, а AC - секущая. Из ΔBHC следует, что $3\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$.

Из ΔBHA следует, что $2\beta + \alpha = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\beta = 60^\circ \Rightarrow \beta = 30^\circ \Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow \angle KAM = \angle AKM \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta AKM$ - равнобедренный $\Rightarrow AM = MK \Rightarrow$

$\Rightarrow AK$ - основание, к которому проведена высота, которая так же медиана $\Rightarrow$

$\Rightarrow AH = HK \Rightarrow AH = \frac{AK}{2} \Rightarrow AH = \frac{AC}{4} = \frac{3,2}{4} = 0,8$

$AD \perp BP \Rightarrow \angle DAP = 90^\circ = 3\alpha$, $AD \perp CD \Rightarrow \angle CDA = 90^\circ = 3\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CDB = 2\alpha$. ~~$\Delta PA$ ΔPAK~~ - Из ΔPAK следует, что $\angle APK = 180 - 4\alpha - \beta = 30^\circ = \alpha \Rightarrow \Delta PAK$ - равнобедренный, $AP = AK = 4\frac{3,2}{2} = 1,6$. $\angle KDA = \angle KPA \Rightarrow$ около $PAKD$ можно описать окружность $\Rightarrow$

Можно использовать оборот листа для записи решений